

TRẢI NGHIỆM SÁNG TẠO QUA MỘT SỐ BÀI TOÁN

Phan Duy Nghĩa

(Phòng GDPT, Sở GDĐT Hà Tĩnh)

Trong học toán, việc tạo được thói quen chủ động tìm tòi, khai thác, phát triển các bài toán sẽ giúp chúng ta hiểu sâu sắc hơn kiến thức đã học, phát triển tư duy sáng tạo và tiếp thu tốt những kiến thức mới. Đó là một phong cách học toán tốt, góp phần tìm kiếm cái mới trong toán học. Với các thầy cô cũng rất quan trọng để có thể sáng tác các bài toán mới.

1. Bài toán xuất phát

Bài toán 1. Một hộp đựng 100 viên bi, trong đó có 25 viên bi đỏ, 30 viên bi xanh, 35 viên bi vàng, còn lại là bi đen và bi trắng. Hỏi phải lấy ra ít nhất bao nhiêu viên bi để chắc chắn có ít nhất 10 viên bi cùng màu ?

(Đề thi Giao lưu Toán Tuổi Thơ 2008)

Phân tích: Đây là một bài toán hay và lạ, rất ít tài liệu đề cập đến. Khi gặp bài toán này nhiều em học sinh tỏ ra lúng túng không tìm được cách giải.

Bí quyết để giải bài toán như sau: Lấy ra số viên bi lớn nhất sao cho vẫn không thoả mãn yêu cầu của đề bài. Sau đó chỉ cần thêm 1 viên bi nữa là sẽ có số viên bi ít nhất cần lấy ra để thoả mãn bài toán, nhưng lưu ý phải chứng minh là thoả mãn bài toán đấy nhé! Kẻo mắc sai lầm trong lời giải.

Bài giải: Số viên bi đen và bi trắng là:

$$100 - (25 + 30 + 35) = 10 \text{ (viên bi)}$$

Nếu lấy ra 9 viên bi đỏ, 9 viên bi xanh, 9 viên bi vàng, 10 viên bi đen và bi trắng thì đây là số bi lớn nhất mà vẫn không thoả mãn yêu cầu.

Ta có: $9 + 9 + 9 + 10 = 37$.

Do đó nếu lấy 37 viên bi mà rơi vào tình huống trên sẽ không có 10 viên bi cùng màu.

Xét khi ta lấy 38 viên bi.

Giả sử không có 10 viên bi cùng màu thì số viên bi đỏ, xanh, vàng tối đa chỉ là 9 viên bi mỗi loại. Vậy tối đa có 27 viên bi gồm các màu đỏ, xanh, vàng. Suy ra có ít nhất 11 viên bi đen và trắng, mâu thuẫn với giả thiết chỉ có 10 viên bi đen và trắng. Mâu thuẫn này chứng tỏ giả sử trên là sai tức là sẽ có 10 viên bi cùng màu.

Vậy 38 là số bi ít nhất cần lấy để chắc chắn trong đó có 10 viên bi cùng màu.

Đáp số: 38 viên bi.

Chú ý: Sẽ sai lầm khi chỉ ra 37 viên bi ban đầu thấy không thoả mãn và suy ngay ra 38 viên bi sẽ thoả mãn, điều này phải chứng minh như phần sau của lời giải trên

2. Các hướng phát triển bài toán:

Hướng 1. Từ bài toán trên nếu ta thay giả thiết “cùng màu” bởi giả thiết “cùng màu đỏ” thì ta có bài toán mới sau:

Bài toán 2. Một hộp đựng 100 viên bi, trong đó có 25 viên bi đỏ, 30 viên bi xanh, 35 viên bi vàng, còn lại là bi đen và bi trắng. Hỏi phải lấy ra ít nhất bao nhiêu viên bi để chắc chắn có ít nhất 10 viên bi cùng màu đỏ ?

Bài giải: Số viên bi đen và bi trắng là:

$$100 - (25 + 30 + 35) = 10 \text{ (viên bi)}$$

Nếu lấy ra 30 viên bi xanh, 35 viên bi vàng, 10 viên bi đen và bi trắng, 9 viên bi đỏ thì đây là số bi lớn nhất mà vẫn không thoả mãn yêu cầu.

Ta có: $30 + 35 + 10 + 9 = 84$

Do đó nếu lấy 84 viên bi rơi vào tình huống trên sẽ không có 10 viên bi màu đỏ.

Xét khi ta lấy 85 viên bi thì sẽ có tối đa 30 viên bi xanh, 35 viên bi vàng, 10 viên bi đen và trắng.

Vì $30 + 35 + 10 = 75$ và $85 - 75 = 10$

Suy ra ít nhất có 10 viên bi màu đỏ.

Do đó 85 viên là số bi ít nhất cần lấy ra để chắc chắn có ít nhất 10 viên bi cùng màu đỏ.

Chú ý: Tương tự, ta có thêm hai bài toán mới nữa như sau:

Bài toán 3. Một hộp đựng 100 viên bi, trong đó có 25 viên bi đỏ, 30 viên bi xanh, 35 viên bi vàng, còn lại là bi đen và bi trắng. Hỏi phải lấy ra ít nhất bao nhiêu viên bi để chắc chắn có ít nhất 10 viên bi cùng màu xanh ?

Bài toán 4. Một hộp đựng 100 viên bi, trong đó có 25 viên bi đỏ, 30 viên bi xanh, 35 viên bi vàng, còn lại là bi đen và bi trắng. Hỏi phải lấy ra ít nhất bao nhiêu viên bi để chắc chắn có ít nhất 10 viên bi cùng màu vàng ?

Các em tự giải các bài toán trên nhé.

Hướng 2. Yêu cầu “cùng màu” đổi thành “khác màu nhau”

Ta nhận thấy trong hộp có 5 loại bi khác màu nhau (xanh, vàng, đỏ, trắng, đen), khai thác điều này ta có bài toán khá thú vị:

Bài toán 5. Một hộp đựng 100 viên bi, trong đó có 25 viên bi đỏ, 30 viên bi xanh, 35 viên bi vàng, 6 viên bi đen và 4 viên bi trắng. Hỏi phải lấy ra ít nhất bao nhiêu viên bi để chắc chắn có ít nhất 5 viên bi khác màu ?

Bài giải: Nếu lấy ra 25 viên bi đỏ, 30 viên bi xanh, 35 viên bi vàng, 6 viên bi đen thì đây là số bi lớn nhất mà vẫn không thoả mãn yêu cầu.

Ta có: $25 + 30 + 35 + 6 = 96$

Xét khi ta lấy 97 viên bi. Giả sử không có 5 viên bi với 5 màu khác nhau tức là các viên bi lấy ra chỉ gồm 4 màu mà thôi.

- Nếu chỉ có các viên bi màu đỏ, xanh, vàng, đen thì số viên bi tối đa chỉ là 96, mâu thuẫn với việc ta lấy 97 viên bi.
- Với 4 màu khác thì tổng số viên bi tối đa càng ít 97 viên bi nên cũng mâu thuẫn.

Chúng ta khi lấy ra 97 viên bi phải có đủ 5 màu tức là sẽ có 5 viên bi khác màu nhau.

Vậy 97 là số viên bi ít nhất lấy ra để có 5 viên bi khác màu nhau.

Hướng 3. Đảo yêu cầu thành giả thiết để tính số viên bi tối đa của mỗi màu

Ở bài toán 1, cho biết cụ thể từng loại bi: đỏ, xanh, vàng, đen, trắng và tổng số bi; nếu lấy ra ít nhất 38 viên bi thì chắc chắn có ít nhất 10 viên bi cùng màu. Ngược lại, nếu cho biết tổng số bi trong hộp và nếu lấy ra ít nhất 38 viên bi thì chắc chắn có ít nhất 10 viên bi cùng màu, yêu cầu tính số bi nhiều nhất mỗi loại thì sẽ giải thế nào ? Ta có các bài toán thú vị sau:

Bài toán 6. Trong túi có năm loại bi: đỏ, xanh, vàng, đen và trắng; tổng số là 100 quả. Biết rằng phải lấy ra ít nhất 38 viên (không nhìn) thì mới chắc chắn có ít nhất 10 viên bi cùng màu. Hỏi có nhiều nhất là mấy viên bi màu đỏ trong túi ?

Bài toán 7. Trong túi có năm loại bi: đỏ, xanh, vàng, đen và trắng; tổng số là 100 quả. Biết rằng phải lấy ra ít nhất 38 viên (không nhìn) thì mới chắc chắn có ít nhất 10 viên bi cùng màu. Hỏi có nhiều nhất là mấy viên bi màu xanh trong túi ?

Bài toán 8. Trong túi có năm loại bi: đỏ, xanh, vàng, đen và trắng; tổng số là 100 quả. Biết rằng phải lấy ra ít nhất 38 viên (không nhìn) thì mới chắc chắn có ít nhất 10 viên bi cùng màu. Hỏi có nhiều nhất là mấy viên bi màu vàng trong túi ?

Bài toán 9. Trong túi có năm loại bi: đỏ, xanh, vàng, đen và trắng; tổng số là 100 quả. Biết rằng phải lấy ra ít nhất 38 viên (không nhìn) thì mới chắc chắn có ít nhất 10 viên bi cùng màu. Hỏi có nhiều nhất là mấy viên bi màu đen trong túi ?

Bài toán 10. Trong túi có năm loại bi: đỏ, xanh, vàng, đen và trắng; tổng số là 100 quả. Biết rằng phải lấy ra ít nhất 38 viên (không nhìn) thì mới chắc chắn có ít nhất 10 viên bi cùng màu. Hỏi có nhiều nhất là mấy viên bi màu trắng trong túi ?

Chú ý: Hướng 3 rất quan trọng với thầy cô (cũng có thể cho học sinh trải nghiệm tự ra bài toán) để làm cơ sở để ra các bài toán tương tự như bài toán xuất phát và các bài toán phát triển theo hướng 1, hướng 2.

Các em hãy thử sức mình với các bài toán trên nhé.

Như vậy từ một bài toán, chúng ta đã khai thác, phát triển ra các bài toán mới. Con đường khai thác này là một cách trải nghiệm trong học toán mà các em cần rèn luyện. *Chúc các thầy cô và các em Thành công!*